Tesper

6. 부정적분과 정적분

부정적분의 정의와 성질 (p. 73)

예제

1. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $F(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $F(4)$의 값은?

(가) $f(1)=0$, $F(1)=0$
(나) 집합 $\{x \mid F(x)=0,\ x\text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합은 -1이다.

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

유제

2. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2-4x+1$이고, $f(1)=4$일 때, $f(2)$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. $f(0)=-3$이고 모든 실수 x에 대하여 $F(x)=\{f(x)\}^2$이 성립할 때, $4F(1)$의 값을 구하시오.

정적분과 미분의 관계 (p. 75)

예제

4. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x} tf(t)\,dt = x^4 + ax^2 + bx$$

를 만족시킬 때, $f(b)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

유제

5. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x} f'(t)\,dt = (x-3)^3 + a$$

를 만족시킬 때, $f(3)-f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{-1}^{x} xf(t)\,dt - \int_{-1}^{x} tf(t)\,dt = x^4 + (a-1)x^2 - a$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

정적분의 성질 (p. 77)

예제

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{x}^{x+1}\{f(t)-2t\}\,dt=ax^2-2x$$

를 만족시킨다. $\int_{0}^{4}f(t)\,dt=\int_{0}^{1}f(t)\,dt+31$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

유제

8. $\int_{1}^{3}(x^2+4)\,dx+\int_{3}^{1}(x+2)^2\,dx$의 값은?

① -16 ② -15 ③ -14 ④ -13 ⑤ -12

9. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+1 & (x\le 1) \\ ax+b & (x>1) \end{cases}$$

이 $\int_{0}^{2}f(x)\,dx>5$를 만족시키도록 하는 두 정수 a, b에 대하여 $|ab|$의 최솟값을 구하시오.

다항함수의 성질을 이용한 정적분 (p. 11)

예제

10. 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=-f(x)$
(나) $f'(x)\leq 0$

$\int_{-1}^{1}\{xf'(x)+|f(x)|\}dx=k\times\int_{0}^{1}f(x)dx$일 때, 상수 k의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

유제

11. $\int_{-2}^{2}(3ax^2+2ax+a)dx=60$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.
(나) $f(0)=1$, $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1}^{1+h}f'(t)dt=0$

Level 1. 기초연습 (p. 80~81)

1. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^3+6x$일 때, $f(1)-f(0)$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. $\int_1^2 (ax-2)\,dx=4$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_0^1 \frac{x^2-2x}{x+1}dx+\int_0^1 \frac{x-2}{x+1}dx$의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

4. $\int_0^2 x|x-1|\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

5. $\displaystyle\int_{-3}^{3}(x^2+a)(x^3+x+1)\,dx=6$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=-x^2+2x+3$이고 함수 $f(x)$의 극솟값이 2일 때, $f(0)$의 값은?

① 3 ② $\dfrac{10}{3}$ ③ $\dfrac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\dfrac{13}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{d}{dx}\left\{\int_{1}^{x} f(t)\,dt\right\}=x^2+ax$$

를 만족시키고 $f(-1)=3$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=3x^3+1+\int_{-1}^{1} f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_{1}^{x} f(t)\,dt$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{0}^{x} f(t)\,dt = f(x) + x^3 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

Level 2. 기본연습 (p. 82~83)

1. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $2\{F(x)-F(1)\}=(x-1)\{f(x)+f(1)\}$이다.
(나) $f(0)=4$, $\lvert F'(1)\rvert \le 2$

① -32 ② -28 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{0}^{x} f(t)\,dt = g(x) + \int_{3}^{0} f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $g(3)=6$, $g(4)=10$일 때, $\int_{0}^{4} f(t)\,dt$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=0,\ \lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\int_0^x f(t)\,dt=k$$

가 성립할 때, $f(k+3)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $0\le x<1$일 때, $f(x)=ax^2-1$이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(x+1)=f(x)+b$$

를 만족시킨다. $\int_2^3 f(x)\,dx=\frac{11}{3}$일 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

5. $f(0)=0$이고 최고차항의 계수의 절댓값이 4인 이차함수 $f(x)$와 $a>1$인 실수 a가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^1 |f(x)|\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx$,

$\int_1^a |f(x)|\,dx=-\int_1^a f(x)\,dx$

(나) $\left|\int_0^a f(x)\,dx\right|\le\int_{1-a}^1 f(x)\,dx$

$f(a)$의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

6. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int f'(x)\,dx=g'(x)+\int 6x\,dx$

(나) $\int f(x)\,dx=xg(x)-\int g(x)\,dx$

$f(1)=g(1)$일 때, $g(2)$의 값은?

① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15

7. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $0 \le x < 2$일 때, $|f(x)| = |x-1|$, $2 \le x \le 4$일 때 $|f(x)| = |x-3|$을 만족시킨다. 열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_1^x f(t)\,dt + \int_3^x f(t)\,dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 가능한 함수 f의 개수는 16이다.

ㄴ. $|g(2)| + |g'(2)| = 2$

ㄷ. 함수 $g(x)$가 $x = \alpha$ $(1 < \alpha < 4)$에서만 극값을 가지고 $g(\alpha) > 0$일 때, $\alpha + g(\alpha) = 4$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Level 3. 실력완성 (p. 84~85)

1. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수가

$$f'(x) = \begin{cases} a & (x < b) \\ -3x^2 + x & (x \ge b) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하고 $f(2) - f(0) = -\dfrac{15}{2}$일 때, $a + b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 다음 조건을 만족시키는 실수 전체의 집합에서 연속인 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$의 최댓값과 최솟값의 합은?

(가) 모든 실수 x에 대하여
$\{f(x)+x\}\{f(x)-x\}=x^4-3x^2+1$이다.
(나) $x \le 1$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x)-\int_{1}^{x} f(t)\,dt \ge 0$이다.

① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

3. $f'(0)=0$인 이차함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xg(x)=\int_{-1}^{1} |x-t|f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $g(-2)=2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

4. 최고차항의 계수의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ f(x+3) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x g(t)\,dt \le 0$을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $g'(0)$이 존재하면 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x |g'(t)|\,dt = -g(x)$이다.

ㄷ. $\int_0^1 f(x)\,dx$의 값이 정수일 때, $\lim_{h \to 0+} \frac{g(h)}{h}$의 최솟값은 $-\frac{99}{14}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 음수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+1 & (x < 1) \\ a|x-2|-2 & (x \ge 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)=|x|\int_b^x f(t)\,dt$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 b의 최댓값을 M이라 하자.
$b=M$일 때의 함수 $g(x)$에 대하여 $g(3)=18$일 때, $12M$의 값을 구하시오.

곡선과 x축 사이의 넓이 (p. 89)

예제

1. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

(가) $f(2)=0$, $f(0)=-2$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다. (다) 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{32}{3}$이다.

① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $-\frac{13}{4}$ ④ $-\frac{25}{8}$ ⑤ -3

유제

2. 곡선 $y=x^3+x^2-2x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{37}{12}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{41}{12}$ ④ $\frac{43}{12}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

3. 곡선 $y=a|x|(x-1)-2a\,(a>0)$과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 10일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

두 곡선 사이의 넓이 (p. 91)

예제

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0,\ f(1)=f'(1)$$

을 만족시킬 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f'(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유제

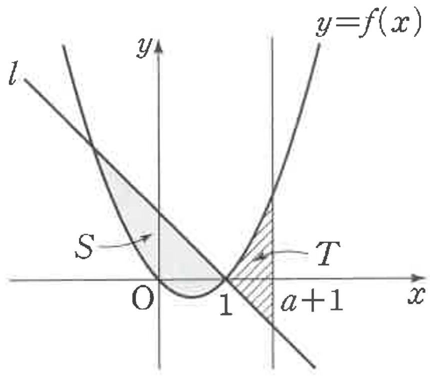
5. 함수 $f(x)=x^2+1$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선을 l이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 직선 l 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{12}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{5}{12}$

두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 같은 경우 (p. 93)

예제

6. 이차함수 $f(x)=ax(x-1)(a>0)$과
직선 $l: y=m(x-1)(m<0)$에 대하여 그림과 같이
곡선 $y=f(x)$와 직선 l로 둘러 싸인 부분(어두운 부분)을 S,
곡선 $y=f(x)$와 직선 l 및 직선 $x=a+1$로 둘러싸인
부분(빗금 친 부분)을 T라 하자.



S, T가 다음 조건을 만족시킬 때, $(a-m+2)^2$의 값을 구하시오. (단, a, m은 상수이다.)

(가) S의 넓이는 y축에 의하여 이등분된다.
(나) S의 넓이는 T의 넓이의 2배이다.

유제

7. 곡선 $y=x^3+x$와 직선 $y=-x+k$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=x^3+x$와 직선 $y=-x+k$ 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k의 값은? (단, $0<k<3$)

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

8. 함수 $f(x)=x^3+3x-3$의 역함수를 $g(x)$라 하자.
곡선 $y=g(x)$와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 S일 때, $12S$의 값을 구하시오.

속도와 거리 (p. 95)

예제

9. 시각 $t=0$일 때 점 A를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=\begin{cases} -t+1 & (0 \leq t \leq 2) \\ k(t-2)-1 & (t>2) \end{cases}$$

이다. 출발 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서 $\overline{\mathrm{AP}}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

유제

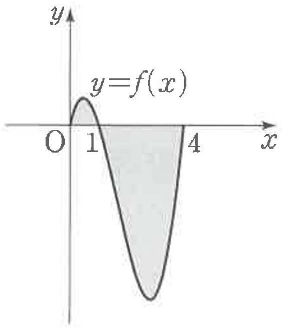
10. 양수 a에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=at(t-1)$$

이다. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량이 4일 때, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 96~97)

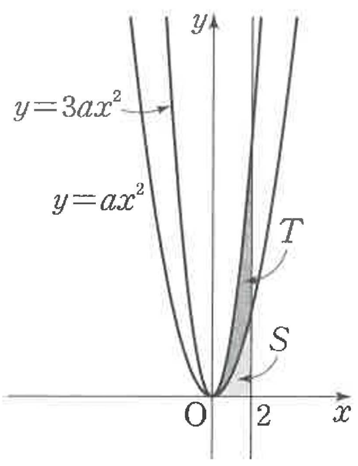
1. 닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=f(1)=f(4)=0$이고, $0 \le x < 1$일 때, $f(x) \ge 0$, $1 \le x \le 4$일 때 $f(x) \le 0$이다.



$\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^4 f(x)dx = -6$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

2. 양수 a에 대하여 곡선 $y=ax^2$과 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S, 두 곡선 $y=3ax^2$, $y=ax^2$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 T라 할 때, $\frac{T}{S}$의 값은?



① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

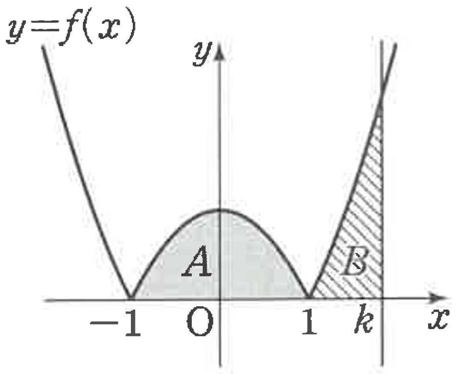
3. 곡선 $y=-x^3$과 x축 및 직선 $x=k(k>0)$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $2k$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

4. 두 곡선 $y=x^3+2x$, $y=x^2+2x$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{24}$　② $\frac{1}{12}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{5}{24}$

5. 함수 $f(x)=|x^2-1|$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=k(k>1)$로 둘러싸인 부분(빗금 친 부분)의 넓이를 B라 하자.



$A=2B$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{\sqrt{15}}{3}$　② $\sqrt{2}$　③ $\frac{\sqrt{21}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\sqrt{3}$

6. 함수 $f(x)=x^3-x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{24}$　② $\frac{1}{12}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{5}{24}$

7. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$는

$$v(t)=4t+a$$

이다. 시각 $t=2$에서 점 P의 위치가 4일 때, 상수 a의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는?

(가) $0\leq t\leq 1$일 때, $v(t)=t^2-1$이다.
(나) $t\geq 1$일 때, $a(t)=2$이다.

① 1　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\frac{7}{3}$

Level 2. 기본연습 (p. 98~99)

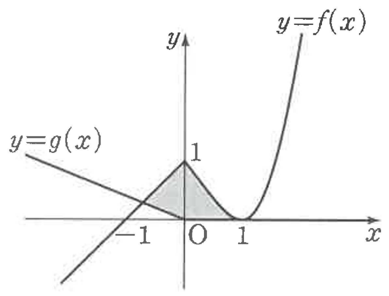
1. 함수 $f(x)=\frac{2}{7}x^3+x-\frac{16}{7}$ 의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=g(x)$, $y=|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{27}{12}$ ② 2 ③ $\frac{29}{14}$ ④ $\frac{15}{7}$ ⑤ $\frac{31}{14}$

2. 그림과 같이 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<0) \\ (x-1)^2(x+1) & (x\ge 0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} ax & (x<0) \\ 0 & (x\ge 0)\end{cases}$$

에 대하여 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 y축에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? (단, $a<0$)

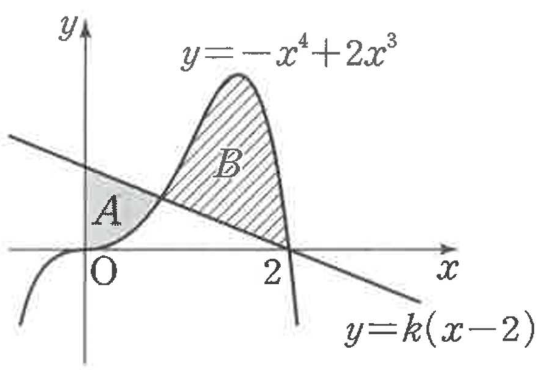


① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{7}$ ③ $-\frac{1}{6}$
④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

3. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=-n^2x^2+1$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S, 두 곡선 $y=-n^2x^2+1$, $y=kx^2\ (k>-n^2)$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 T라 할 때, $S=3T$가 되도록 하는 실수 k의 값을 $f(n)$이라 하자. $\sum_{n=1}^{5} f(n)$의 값은?

① 360 ② 400 ③ 440 ④ 480 ⑤ 520

4. 그림과 같이 $-8<k<0$인 상수 k에 대하여 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 A, 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$로 둘러싸인 부분(빗금 친 부분)의 넓이를 B라 하자.



$B-A=1$일 때, k의 값은?

① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$
④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

5. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$-1 \le x < 1 \text{일 때, } f(x) = -x^2 + ax$$

이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x-2) + 4$를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = -2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A + B$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 12 ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ 14 ⑤ $\frac{44}{3}$

6. 시각 $t = 0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = \frac{1}{3}t^3 - at^2 + 3a \quad (a > 0)$$

이다. 점 P가 출발 후 운동 방향을 바꾸지 않도록 하는 모든 양수 a에 대하여 시각 $t = 2$에서 점 P의 위치의 최댓값은?

① $\frac{17}{3}$ ② 6 ③ $\frac{19}{3}$ ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ 7

7. 시각 $t = 0$일 때 동시의 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때, 정수 a에 대하여

$$v_1(t) = t^2 + at - a, \quad v_2(t) = 2t + a$$

이다. 시각 $t = k\,(k > 0)$에서 두 점 P, Q의 위치가 서로 같고 두 점 P, Q의 속도도 서로 같을 때, 상수 k의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

Level 3. 실력완성 (p. 100~101)

1. 두 양수 a, b와 함수 $f(x)=-x^3+x$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)+b$가 오직 점 P에서 만난다.
> (나) 점 $\mathrm{A}(-1, 0)$일 때, 직선 AP가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점과 직선 AP가 곡선 $y=f(x-a)+b$와 만나는 점에 대하여 이 점들 중 서로 다른 점의 개수는 3이다.

직선 AP와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 직선 AP와 곡선 $y=f(x-a)+b$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 할 때, S_1+S_2의 값은?

① $\frac{27}{32}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{29}{32}$ ④ $\frac{15}{16}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

2. 시각 $t=0$일 때 동시의 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 점 P의 속도 $v_1(t)$와 점 Q의 가속도 $a_2(t)$는

$$v_1(t)=3t^2+1, \quad a_2(t)=1-2t$$

이다. $t\geq 0$에서 점 Q의 속도가 0 이상인 모든 시간 동안 점 P가 움직인 거리가 10일 때, 시각 $t=3$에서 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① 24 ② $\frac{51}{2}$ ③ 27 ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ 30

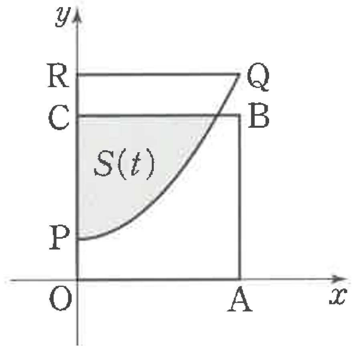
3. 시각 $t=0$일 때 동시의 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(0 \le t \le 1)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=-\left|t-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{2},\ v_2(t)=-kt(t-1)\ (k>1)$$

이다. $0<t \le 1$에서 두 점 P, Q가 오직 한 번 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $1<k<\alpha$ 또는 $k=\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값은?

① $\frac{11+2\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{6+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13+2\sqrt{3}}{6}$
④ $\frac{7+\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{15+2\sqrt{3}}{6}$

4. 네 점 O(0, 0), A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)을 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC가 있다. $-1<t<1$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2+t\,(0 \le x \le 1)$ 위의 x좌표가 0, 1인 점을 각각 P, Q라 하고 점 Q에서 y축에 내린 수선의 발을 R이라 할 때, 곡선 $y=x^2+t\,(0 \le x \le 1)$과 두 선분 PR, QR로 둘러싸인 부분의 내부와 사각형 OABC의 내부의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 하자.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $S(0)=\frac{2}{3}$

ㄴ. $-1<\alpha<0$인 모든 실수 α에 대하여 $S(\alpha)+S(1+\alpha)=\frac{2}{3}$이다.

ㄷ. $S\left(-\frac{1}{2}\right)+S\left(\frac{1}{2}\right)+S(\beta)=1$을 만족시키는 모든 실수 $\beta\,(-1<\beta<1)$의 값의 곱은 $\sqrt[3]{\frac{1}{16}}-\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답표]

6. 부정적분과 정적분

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	②	④	25	①	④	8	2	①	100	②
	11번	12번								
	③	9								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	
	②	④	③	⑤	①	③	①	②	72	
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	④	④	44	⑤	②	②	⑤			
Level 3	1번	2번	3번	4번	5번					
	②	⑤	21	⑤	54					

7. 정적분의 활용

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	②	①	3	77	④	12	②	27	③	6
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	③	③	④	②	⑤	④	①	③		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	⑤	④	③	④	②	③	⑤			
Level 3	1번	2번	3번	4번						
	①	④	⑤	⑤						