기출의 파급효과 판매링크

cafe.naver.com/spreadeffect/5615
기출의 파급효과 전과목 판매링크

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 사회·문화이 출시되었습니다.

기출의 파급효과에서는 준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.
'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.
6월 평가원 이후 수학 n제, EBS 선별좌표, EBS FINAL 선별자료를 무료로 배포할 예정입니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\dfrac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

④

$2^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = 2^2 = 4$

2. 함수 $f(x)=2x^2+5$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$f'(x) = 4x$ ①

$f'(2) = 8$

3. $\sin(\pi-\theta)=\dfrac{5}{13}$ 이고 $\cos\theta<0$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

$\sin\theta = \frac{5}{13}$

① $-\dfrac{12}{13}$ ② $-\dfrac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\dfrac{5}{12}$ ⑤ $\dfrac{12}{13}$

$\tan\theta = -\frac{5}{12}$ ②

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+a & (x\le a) \\ ax-6 & (x>a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$-a = a^2-6$ ①

$a^2+a-6=0$

$(a+3)(a-2)=0$

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a = a_1 = 2a_5$, $a_8 + a_{12} = -6$ $\qquad a_{10} = -3$

일 때, a_2의 값은? [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

$a + 4d = \frac{a}{2} \rightarrow a = -8d$

$a + 9d = -3$ $\qquad 3$

$d = -3$, $a = 24$

$a_2 = 24 - 3 \times 1 = 21$

6. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$의 극댓값이 9일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 3x^2 - 6x$ $\qquad 5$

$f(0) = 9 = k$

$f(2) = k - 4 = 5$

7. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = \frac{1}{n(n+1)}$일 때, $\sum_{k=1}^{10}(S_k - a_k)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$ $\qquad 5$

$\sum_{k=1}^{10}(S_k - a_k) = \sum_{k=1}^{9} S_k = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

8. 곡선 $y=x^3-4x+5$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선이 곡선 $y=x^4+3x+a$에 접할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

① $y'=3x^2-4$ $y=-x+3$

$y'=4x^3+3$ $4k^3+3=-1 \rightarrow k=-1$

$k^4+3k+a=-k+3 \rightarrow a=6$

9. 닫힌구간 $[0, 12]$에서 정의된 두 함수

주기 12

$$f(x)=\cos\frac{\pi x}{6}, \quad g(x)=-3\cos\frac{\pi x}{6}-1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 α_1, α_2라 할 때, $|\alpha_1-\alpha_2|=8$이다. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 β_1, β_2라 할 때, $|\beta_1-\beta_2|$의 값은? (단, k는 $-1<k<1$인 상수이다.) [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$\alpha_2>\alpha_1$, $\beta_2>\beta_1$ 이라 하자.

$\alpha_1+\alpha_2=12$ $-\alpha_1+\alpha_2=8$ $\Rightarrow$ $\alpha_1=2$ $\alpha_2=10$

$k=\cos\frac{\pi}{6}\alpha_1=\frac{1}{2}$

③

$-3\cos\frac{\pi}{6}x-1=\frac{1}{2}$

$\cos\frac{\pi}{6}x=-\frac{1}{2}$

$\beta_1=4$, $\beta_2=8$ $|\beta_1-\beta_2|=4$

10. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 이 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t\geq 0)$에서의 점 P의 속도 $v(t)$를

$$v(t)=3t^2+at \quad (a>0)$$

$p(t)=t^3+\frac{a}{2}t^2$ $p(2)=2a+8$

이라 하자. 시각 $t=2$에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(2a+8)-6=10$ ④

$a=4$

11. 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은? [4점]

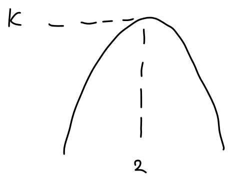
$\sqrt{3}^{f(n)}$의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2

$$3^{\frac{f(n)}{8}} \times \left(-3^{\frac{f(n)}{8}}\right) = -3^{\frac{f(n)}{4}}$$

$f(n)=8$



$-(n-2)^2+k=8$

$(n-2)^2=k-8$

$n=2\pm\sqrt{k-8}$

4보다 작은 완전제곱수가 나와야 하므로 1

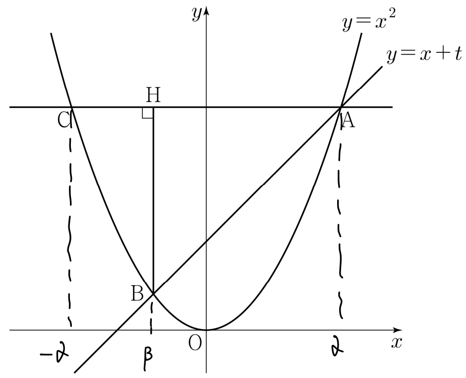
$k=9$

12. 실수 $t\,(t>0)$에 대하여 직선 $y=x+t$와 곡선 $y=x^2$이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{AH}-\overline{CH}}{t}$의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 양수이다.) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2



$\alpha+\beta=1$

$\alpha\beta=-t$

$\overline{AH}=\alpha-\beta=\sqrt{1+4t}$

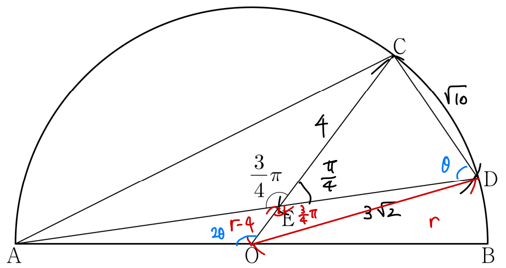
$\overline{CH}=\beta+\alpha=1$

$$\lim_{t\to 0+}\frac{\sqrt{4t+1}-1}{t}=\lim_{t\to 0+}\frac{4t}{t(\sqrt{4t+1}+1)}=2$$

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4,\quad \overline{ED}=3\sqrt{2},\quad \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

5

$\overline{CD}^2 = 16+18-2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 4\cdot 3\sqrt{2} = 10$

$\cos\theta = \frac{18+10-16}{2\cdot 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\overline{AC} = 2r\sin\theta = \frac{4}{\sqrt{5}}r$

△OED 코사인 법칙

$r^2 = (r-4)^2+18+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot(r-4)$

$r^2 = (r-4)^2+18+6(r-4)$

$r = 5$

$\overline{AC} = 4\sqrt{5}$

$\overline{AC}\times\overline{CD} = 4\sqrt{5}\times\sqrt{10} = 20\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(t)$를

$$g(t)=\int_t^{t+1} f(x)\,dx-\int_0^1 |f(x)|\,dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$이면 $g(-1)<0$이다.

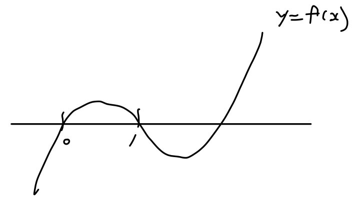
ㄴ. $g(-1)>0$이면 $f(k)=0$을 만족시키는 $k<-1$인 실수 k가 존재한다.

ㄷ. $g(-1)>1$이면 $g(0)<-1$이다.

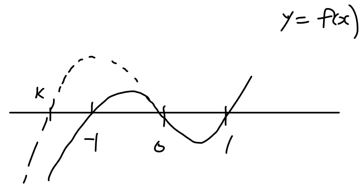
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5

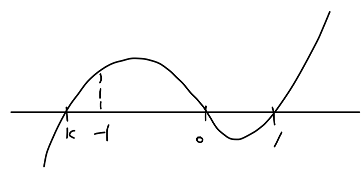
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



⇒ ㄴ. 이용

$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx-\int_0^1|f(x)|\,dx>1 \to \int_{-1}^{1} f(x)\,dx>1$

$f(x)=x(x-1)(x-k)=x^3-(k+1)x^2+kx$

$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_0^1 -(k+1)x^2\,dx = -\frac{2}{3}(k+1)$

$-\frac{2}{3}(k+1)>1 \Rightarrow k<-\frac{5}{2}$

$g(0)=\int_0^1 f(x)\,dx-\int_0^1|f(x)|\,dx = 2\int_0^1 f(x)\,dx$

$=2\left[\frac{x^4}{4}-\frac{k+1}{3}x^3+\frac{k}{2}x^2\right]_0^1 = \frac{1}{2}-\frac{2}{3}(k+1)+k$

$=\frac{k}{3}-\frac{1}{6}$

$k<-\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{k}{3}-\frac{1}{6}<-1$

15. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=r^k$이다.
> (단, r는 $0<|r|<1$인 상수이다.)
> (나) $a_1<0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (|a_n|<5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n|\ge 5) \end{cases}$$
> 이다.

$a_4 = r$
$a_8 = r^2$
⋮

$|a_m|\ge 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p+a_1$의 값은? [4점]

3

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$|a_6|\ge 5$

a_4 a_5 a_6 a_7 a_8
r $r+3$ $r+6$ $-\frac{1}{2}(r+6)$ $-\frac{1}{2}r$ $\Rightarrow r=-\frac{1}{2}$

패턴 반복

$a_3=-\frac{7}{2}$, $a_2=7$, $a_1=-14$

$p=2+24\times 1=26$

$26-14=12$

(2) $a\le -\sqrt{5}$

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-4)=\log_9(x+2)$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x>4$

$(x-4)^2=x+2$

$x^2-9x+14=0$

$(x-2)(x-7)=0$

7

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-4x+3$이고 $f(1)=5$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3-2x^2+3x+2$

$f(2)=16-8+6+2=16$

16

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5} a_k = 10$일 때,

$$\sum_{k=1}^{5} ca_k = 65 + \sum_{k=1}^{5} c$$

를 만족시키는 상수 c의 값을 구하시오. [3점]

$10c = 65 + 5c$

13

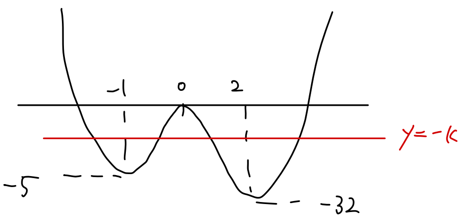
$c = 13$

19. 방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 = -k$

$y' = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

$= 12x(x-2)(x+1)$



$-5 < -k < 0$

4

$0 < k < 5$

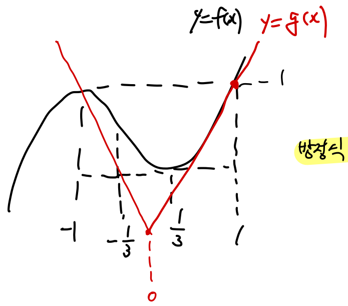
20. 상수 $k(k<0)$에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. $30 \times S$의 값을 구하시오. [4점]

$x^3 + x^2 - x = -4x - 3$

$x^3 + x^2 + 3x + 3 = 0$



$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$

$= (3x-1)(x+1)$

방정식 $f'(x) = -4$의 해 존재 X

$3x^2 + 2x - 1 = 4$

$(3x+5)(x-1) = 0$

$f(x)$, $g(x)$는 $x=1$에서 접함

$f(1) = g(1) = 1 = k+4 \rightarrow k = -3$

$S = \int_{-1}^{0} (x^3+x^2-x) - (-4x-3)\,dx + \int_{0}^{1} (x^3+x^2-x) - (4x-3)\,dx$

$= \int_{-1}^{0} x^3 + x^2 + 3x + 3\,dx + \int_{0}^{1} x^3 + x^2 - 5x + 3\,dx$

$= \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3x\right]_{0}^{1}$

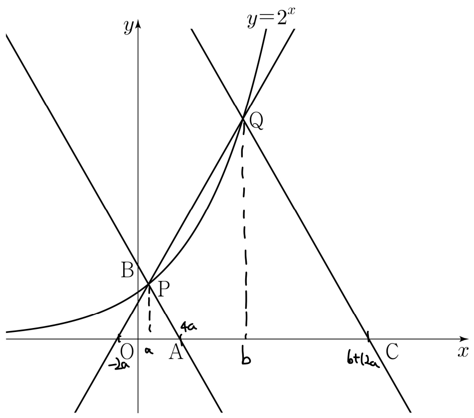
$= \frac{19}{12} + \frac{13}{12} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$

80

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 2^a)$, $\mathrm{Q}(b,\ 2^b)$이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{PB}},\quad \overline{\mathrm{CQ}}=3\overline{\mathrm{AB}}$$

일 때, $90\times(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$) [4점]



$m=\dfrac{2^a}{3a}=\dfrac{2^b}{12a}=\dfrac{2^b}{b+2a}$

$2^{a+2}=2^b$ $\quad b=a+2$

$b=10a$

$a=\dfrac{2}{9},\ b=\dfrac{20}{9}$

$90\times(a+b)=220$

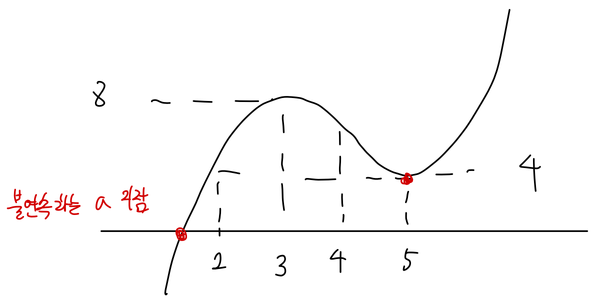
220

22. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\geq t) \\ -f(x)+2f(t) & (x<t) \end{cases}$$

y=f(x)를 y=f(t)에 대하여 대칭시킨 함수

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]



58

$f(x)=(x-2)(x-5)^2+4$

$f(8)=6\times 9+4=58$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(x^2+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는? [2점]

① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

$_6C_r \cdot (x^2)^r \cdot (2)^{6-r}$, $r=2$

$\therefore\ _6C_2 \times 2^4 = 240.$

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$P(A\cup B)=1,\quad P(A\cap B)=\frac{1}{4},\quad P(A|B)=P(B|A)$$

일 때, $P(A)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

$\frac{A\cap B}{B} = \frac{B\cap A}{A} \Leftrightarrow P(A)=P(B)$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$= 2P(A) - \frac{1}{4}$

$\therefore P(A) = \frac{5}{8}$

25. 어느 인스턴트 커피 제조 회사에서 생산하는 A 제품 1개의 중량은 평균이 9, 표준편차가 0.4인 정규분포를 따르고, B 제품 1개의 중량은 평균이 20, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 A 제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 8.9 이상 9.4 이하일 확률과 B 제품 중에서 임의로 선택한 1개의 중량이 19 이상 k 이하일 확률이 서로 같다. 상수 k의 값은? (단, 중량의 단위는 g이다.) [3점]

① 19.5 ② 19.75 ③ 20 ④ 20.25 ⑤ 20.5

$A \sim N(9,\ 0.4^2)$ $B \sim N(20,\ 1^2)$

$Z = \frac{A-9}{0.4}$ $Z = \frac{B-20}{1}$

$P(8.9 \le A \le 9.4) = P(19 \le B \le k)$

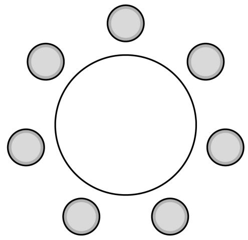
$P(-0.25 \le Z \le 1) = P(-1 \le Z \le k-20)$

$= P(-1 \le Z \le 0.25)$

$\therefore k = 20.25$

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 원 모양의 탁자에 일정한 간격을 두고 임의로 모두 둘러앉을 때, A가 B 또는 C와 이웃하게 될 확률은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$



A와 B 이웃하는 사건 : α

A와 C 〃 : β

A,B 이웃 $P(\alpha) = \frac{5! \times 2!}{6!}$ A,B 자리 change

A,C 이웃 $P(\beta) = \frac{5! \times 2!}{6!}$ A,B 자리 change

A,B 이웃 A,C 이웃 $P(\alpha \cap \beta) = \frac{4! \times 2!}{6!}$ B,C 자리 change

$P(\alpha \cup \beta) = P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha \cap \beta)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{15}$

$= \frac{3}{5}$.

27. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	a	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	1

$\sigma(X)=\mathrm{E}(X)$일 때, $\mathrm{E}(X^2)+\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, $a>1$) [3점]

① 29 ② 33 ③ 37 ④ 41 ⑤ 45

$E(X)=\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a$

$V(X)=\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a^2\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a\right)^2$

$\{E(X)\}^2=V(X)$

$2\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a\right)^2=\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{5}a^2\right)$

$\frac{4}{25}a^2+\frac{2}{5}a+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}a^2$

$\frac{1}{25}a^2-\frac{2}{5}a=0$

$a=10$

$E(X)=\frac{1}{2}+4$

$E(X^2)=\frac{1}{2}+40$

$E(X)+E(X^2)=45$

28. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 세 개의 수의 곱이 5의 배수이고 합은 3의 배수일 확률은? [4점]

5, 10

① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{60}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{13}{60}$

1) (5, 10, a)

a는 3의 배수 : 3, 6, 9 — 3

2) (5, b, c)

b+c는 3으로 나눈 나머지가 1인 수.

$b+c=4 \longrightarrow (1,3)$

$=7 \longrightarrow (1,6)\ (3,4)$

$=10 \longrightarrow (1,9)\ (2,8)\ (3,7)\ (4,6)$ — 10

$=13 \longrightarrow (4,9)\ (6,7)$

$=16 \longrightarrow (7,9)$

3) (10, d, e)

d+e는 3으로 나눈 나머지가 2인 수.

$d+e=5 \longrightarrow (1,4), (2,3)$

$=8 \longrightarrow (1,7), (2,6)$

$=11 \longrightarrow (2,9)\ (3,8)\ (4,7)$ — 9

$=14 \longrightarrow (6,8)$

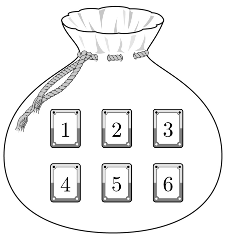
$=17 \longrightarrow (8,9)$

$$\therefore \frac{3+10+9}{{}_{10}C_3}=\frac{11}{60}.$$

단답형

29. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 네 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{11}{4}\right)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

a,b,c,d



$a+b+c+d=11 \quad (1\le a,b,c,d\le 6)$

a,b,c,d 중 7이 존재할 때

$\therefore \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times \left({}_4H_7 - {}_4C_1 - {}_4C_1\times{}_3H_1\right)=\frac{13}{162}$.

a,b,c,d 중 8이 존재할 때.

175

30. 집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$와 함수 $f: X\to X$에 대하여 함수 f의 치역을 A, 합성함수 $f\circ f$의 치역을 B라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

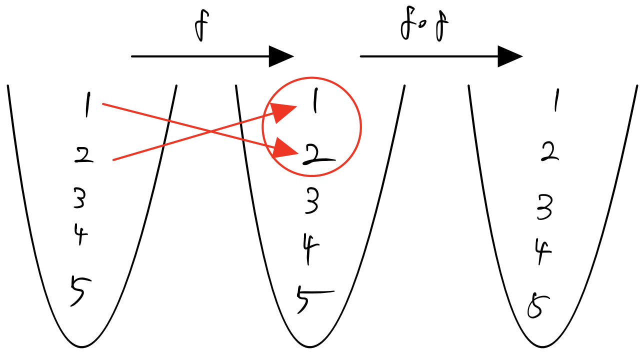
260

> (가) $n(A)\le 3$
>
> (나) $n(A)=n(B)$
>
> (다) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)\ne x$이다.

1) $n(A)=1$ 이면 $n(B)=1$. but $f(x)=x$인 어떤 x가 존재.

2) $n(A)=2$

(다)에 의해 A의 원소 b_1, b_2에 대하여 $f(b_1)=b_2$, $f(b_2)=b_1$ 이고 $f(f(1))=1$, $f(f(2))=2$이므로 $n(B)=n(A)$ 성립.



b_1, b_2 결정

${}_5C_2 \times 2^3 = 80$.

정의역의 나머지 원소 대응

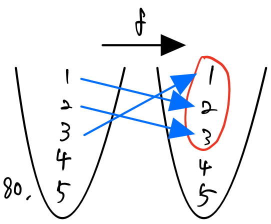
3) $n(A)=3$

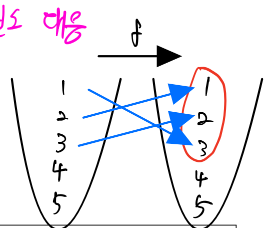
2)와 같은 논리로 구하면

A 원소 3개 결정

${}_5C_3 \times 3^2 \times 2 = 180$.

정의역의 나머지 원소 대응





> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x\to 0}\frac{4^x-2^x}{x}$ 의 값은? [2점]

① $\ln 2$ ② 1 ③ $2\ln 2$ ④ 2 ⑤ $3\ln 2$

24. $\int_0^{\pi} x\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

$\int_0^{\pi} x\cdot\sin x\,dx = \left[-x\cos x+\sin x\right]_0^{\pi}$

$= \pi.$

25. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n+2}{2}=6$일 때,

$\lim_{n\to\infty} \frac{na_n+1}{a_n+2n}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ✓

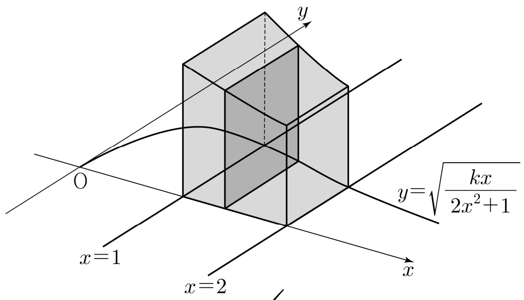
$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{2} = 5$

$\therefore \lim_{n\to\infty} \frac{a_n + \frac{1}{n}}{\frac{a_n}{n} + 2} = 5.$

0

0

26. 그림과 같이 양수 k에 대하여 곡선 $y=\sqrt{\frac{kx}{2x^2+1}}$ 와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가 $2\ln 3$일 때, k의 값은? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ✓ ④ 9 ⑤ 10

$2\ln 3 = \int_1^2 \frac{kx}{2x^2+1}\,dx$

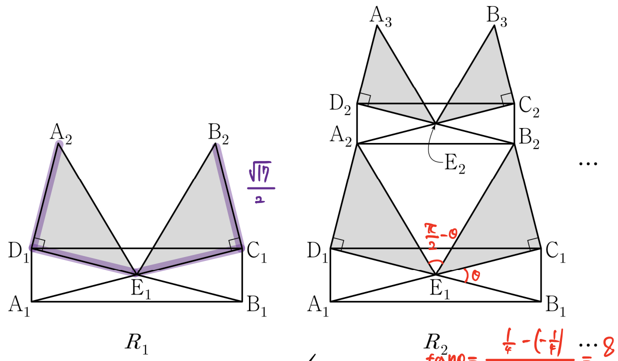
$= \frac{k}{4}\int_3^9 \frac{1}{u}\,du \quad (2x^2+1=u)$

$= \frac{k}{4}\cdot \ln 3$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4$, $\overline{A_1D_1}=1$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 두 대각선의 교점을 E_1이라 하자. $\overline{A_2D_1}=\overline{D_1E_1}$, $\angle A_2D_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 A_2E_1이 만나도록 점 A_2를 잡고, $\overline{B_2C_1}=\overline{C_1E_1}$, $\angle B_2C_1E_1=\frac{\pi}{2}$이고 선분 D_1C_1과 선분 B_2E_1이 만나도록 점 B_2를 잡는다. 두 삼각형 $A_2D_1E_1$, $B_2C_1E_1$을 그린 후 ⩍ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=4:1$이고 선분 D_2C_2가 두 선분 A_2E_1, B_2E_1과 만나지 않도록 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 E_2, A_3, B_3을 잡고 두 삼각형 $A_3D_2E_2$, $B_3C_2E_2$를 그린 후 ⩍ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



$\tan\theta = \frac{\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)}{1+\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{8}{15}$

① $\frac{68}{5}$ ② $\frac{34}{3}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{68}{9}$

$S_1 = \frac{17}{4}$.

$\triangle A_2E_1B_2$에서 코사인 법칙

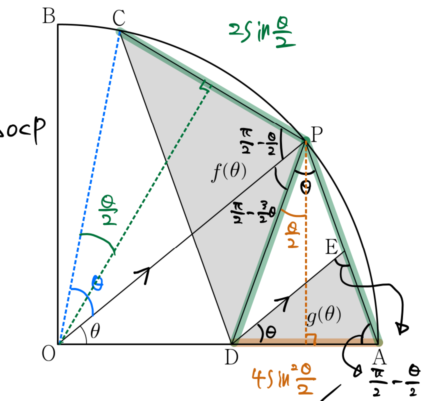
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta=\frac{8}{17}=\frac{\frac{17}{2}+\frac{17}{2}-\overline{A_2B_2}^2}{2\cdot\left(\sqrt{\frac{17}{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{17}{2}}\right)}$

$\therefore \overline{A_2B_2}=3$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{17}{4}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{68}{7}$.

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PD}$가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2\times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

$\triangle OAP \equiv \triangle OCP$



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$f(\theta)=\frac{1}{2}\cdot\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^2\cdot\sin(\pi-2\theta)$

$=2\sin^2\frac{\theta}{2}\cdot\sin 2\theta$.

$g(\theta)=\frac{1}{2}\cdot\left(4\sin^2\frac{\theta}{2}\right)^2\cdot\sin\theta$

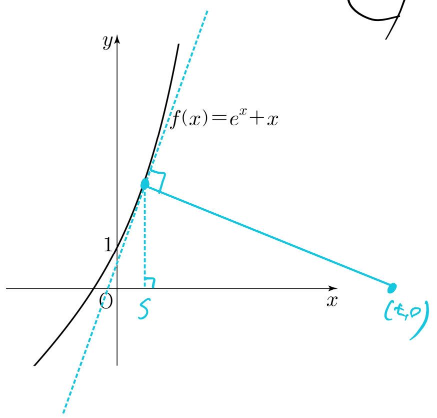
$=8\sin^4\frac{\theta}{2}\cdot\sin\theta$

$\therefore \lim_{\theta\to 0+}\frac{g(\theta)}{\theta^2 f(\theta)}=\frac{1}{2}$.

단답형

29. 함수 $f(x)=e^x+x$가 있다. 양수 t에 대하여 점 $(t,\ 0)$과 점 $(x,\ f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

3



$g(t) = f(s) = e^s + s$.

$\frac{0-(e^s+s)}{t-s} = -\frac{1}{e^s+1} \longrightarrow t = (e^s+s)\cdot(e^s+1)+s$

$= e^{2s}+(s+1)e^s+2s$.

s, t의 관계식

$1 = \{2e^{2s}+(s+2)e^s+2\}\cdot\frac{ds}{dt}$

$g(h(t))=t \longrightarrow g'(h(t))h'(t)=1$, $h'(1) = \frac{1}{g'(h(1))} = \frac{1}{g'(2)}$

$h(1)=☆$
$g(☆)=1$, $☆=0$
즉, $s=0$ 이므로
$t=2$.

$g'(t) = (e^s+1)\cdot\frac{ds}{dt}$

$= \frac{e^s+1}{2e^{2s}+(s+2)e^s+2}$

$\therefore g'(2) = \frac{1}{3}$ $(s=0)$

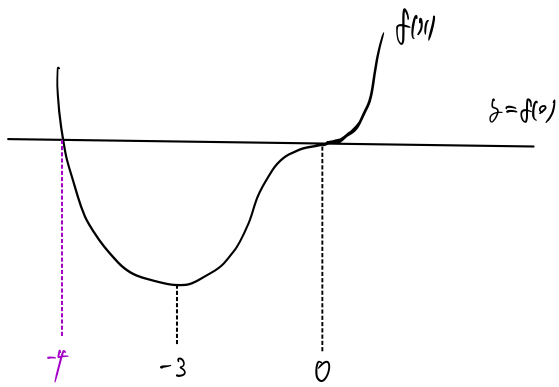
30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0,\ \infty)$에서 $g(x)\geq 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x \leq -3$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$이다.
>
> (나) $x > -3$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2 = f'(x)$이다.

≥ 0, $f'(0)=0$

$\int_4^5 g(x)\,dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

283



$f(x)-f(0) = (x+4)\cdot x^3$, $f'(x) = x^3+3(x+4)\cdot x^2$

$= 4(x+3)\cdot x^2$

$\int_4^5 g(x)\,dx = \int_1^2 g(x+3)\,dx$

$= \int_1^2 \frac{\{f(x)-f(0)\}'}{\{f(x)-f(0)\}^2}\,dx$

$= \int_5^{48} \frac{1}{t^2}\,dt$

$= \left[-\frac{1}{t}\right]_5^{48}$

$= \frac{43}{240}$.

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 A$(a,\ 1,\ -1)$, B$(-5,\ b,\ 3)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 3,\ 1)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4

$\left(\frac{a-5}{2},\ \frac{b+1}{2},\ 1\right)$

$a=21,\ b=5$

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 위의 점 $(2a,\ \sqrt{3})$에서의 접선이 직선 $y=-\sqrt{3}x+1$과 수직일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

$\frac{2a}{a^2}x-\sqrt{3}y=1$

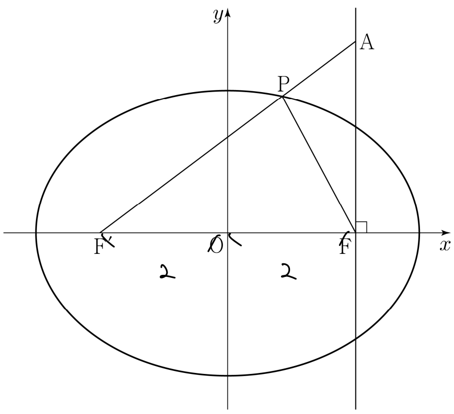
$\frac{2}{a\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$a=2$

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5}=1$의 두 초점을 F, F′이라 하자. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선 위의 점 A가 $\overline{\mathrm{AF'}}=5$, $\overline{\mathrm{AF}}=3$을 만족시킨다. 선분 AF′과 타원이 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF′F의 둘레의 길이는? (단, a는 $a>\sqrt{5}$인 상수이다.) [3점]

① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

5



$a^2-5=4$

$a=3$

$\triangle PFF'$ 둘레 $=2a+4=10$

26. 좌표평면 위의 점 A(3, 0)에 대하여

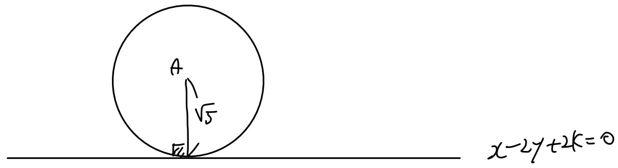
$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})=5$$

$|\overrightarrow{AP}|=\sqrt{5}$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형과 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$가 오직 한 점에서 만날 때, 양수 k의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

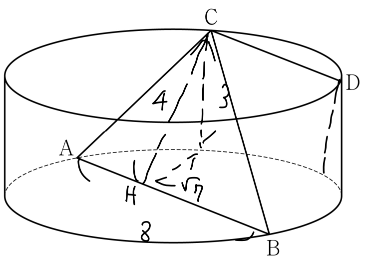
3



$\frac{2k+3}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$ $k=1$

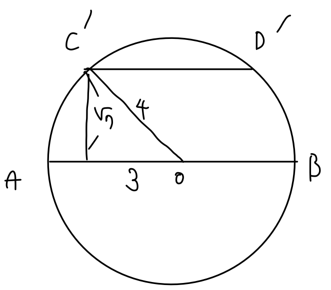
27. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 3인 원기둥이 있다. 선분 AB는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고 C, D는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 CD의 길이는? [3점]

(가) 삼각형 ABC의 넓이는 16이다. (나) 두 직선 AB, CD는 서로 평행하다.



① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

3



28. 실수 $p\,(p \geq 1)$과 함수 $f(x)=(x+a)^2$에 대하여 두 포물선

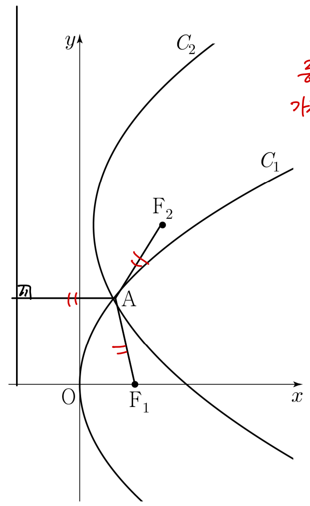
$$C_1 : y^2 = 4x, \quad C_2 : (y-3)^2 = 4p\{x - f(p)\}$$

준선 $x=-1$ 준선 $x=-p+f(p)$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 두 포물선 C_1, C_2의 초점을 각각 F_1, F_2라 할 때, $\overline{AF_1}=\overline{AF_2}$를 만족시키는 p가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

1



$-p+f(p)=-1$

중근 가져야 함

$p^2+(2a-1)p+a^2+1=0$

$(2a-1)^2-4(a^2+1)=0$

$a=-\frac{3}{4}$

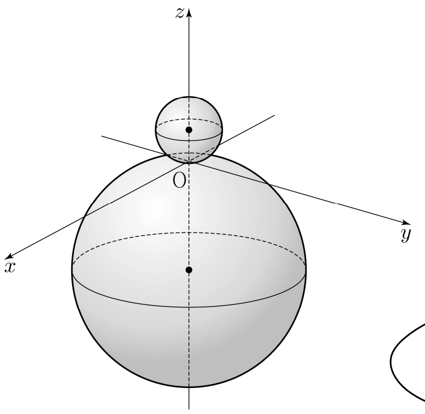
단답형

29. 좌표공간에 두 개의 구

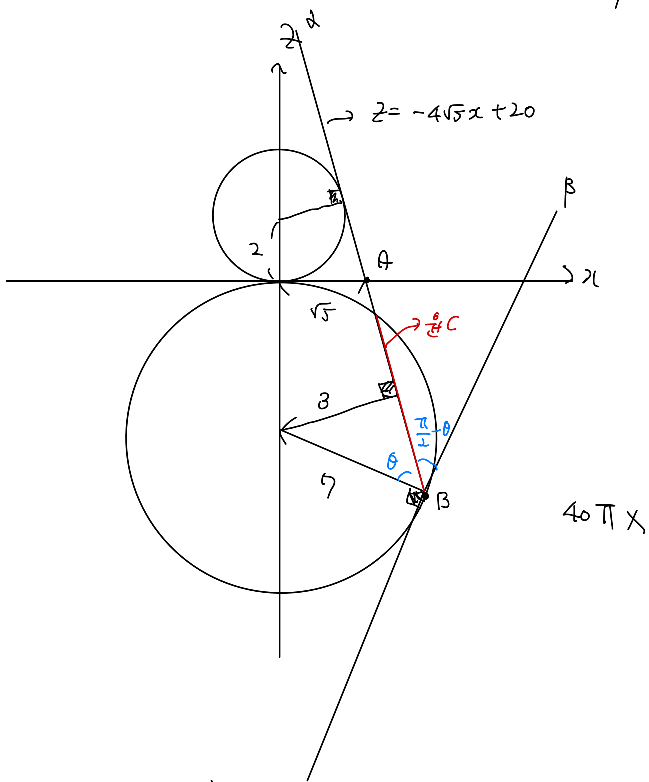
$$S_1 : x^2+y^2+(z-2)^2=4,\quad S_2 : x^2+y^2+(z+7)^2=49$$

가 있다. 점 $\mathrm{A}(\sqrt{5},0,0)$을 지나고 zx평면에 수직이며, 구 S_1과 z좌표가 양수인 한 점에서 접하는 평면을 α라 하자. 구 S_2가 평면 α와 만나서 생기는 원을 C라 할 때, 원 C 위의 점 중 z좌표가 최소인 점을 B라 하고 구 S_2와 점 B에서 접하는 평면을 β라 하자.

원 C의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



127



40π ×

원 C의 넓이 : $(7^2-3^2)\pi = 40\pi$

원 C의 평면 β 위로 정사영 : $40\pi \times \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) =$

$40\pi \times \sin\theta = \frac{120}{7}\pi$

30. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-2,2)$, $\mathrm{B}(2,2)$가 있다.

$$(|\overrightarrow{\mathrm{AX}}|-2)(|\overrightarrow{\mathrm{BX}}|-2)=0,\quad |\overrightarrow{\mathrm{OX}}|\ge 2$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형 위를 움직이는 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

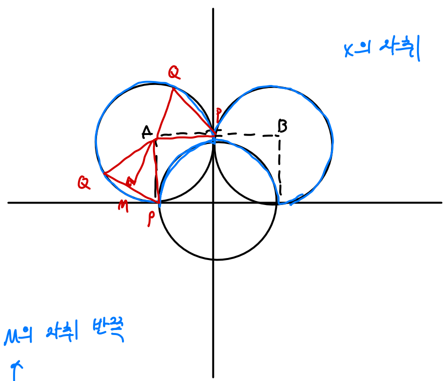
(가) $\vec{u}=(1,0)$에 대하여 $(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\vec{u})(\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\vec{u})\ge 0$이다. P, Q는 y축을 기준으로 같은 방향
(나) $\lvert\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\rvert=2$ 정삼각형 떠올리기

$\overrightarrow{\mathrm{OY}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$를 만족시키는 점 Y의 집합이 나타내는 도형의 길이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

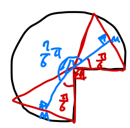
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\overrightarrow{OY} = 2\times\frac{\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}}{2} = 2\overrightarrow{OM}$

17



M의 자취 반쪽



M의 자취 길이 $= 2\times\sqrt{3}\times\frac{7}{6}\pi$

Y의 자취길이 $= 2\times$ M의 자취길이 $= \frac{14}{3}\sqrt{3}\pi$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.