

제 2 교시

수학 영역(B형)

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $2^{\log_2 3} \times \log_2 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의해 점 (a, b) 가 점 $(2, -1)$ 로 이동되었을 때, $a+b$ 의 값은 [2점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

4. 무리방정식 $\sqrt{x^2+2x} + \sqrt{x^2+2x+5} = 5$ 의 모든 실근의 곱은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

5. 타원 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 위의 한 점 $(\sqrt{3}, 1)$ 에서 이 타원에 접하는 접선이 있다. 타원의 두 초점을 각각 F, F' 라 할 때, 두 점 F, F' 에서 이 접선에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. $\overline{FA} + \overline{F'B}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

6. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대해

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 닫힌구간 $[0, a]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 있다. 이 구간 내의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 와 $0 < k < a$ 인 실수 k 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

㉠. $\int_0^a f(x)dx \geq \int_k^a f(x)dx$	
㉡. $\int_k^a kf(x)dx \leq \int_k^a xf(x)dx$	
㉢. $\int_{\frac{1}{3}}^1 f(x)dx \leq 3 \int_0^1 xf(x)dx$	

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

8. 함수 $f(x) = xe^x + 6x$ 에 대하여 $f''(a) = 0$ 일 때, $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{e^2} - 12$ ② $-\frac{1}{e^2} + 6$ ③ $-e^2 + 6$
 ④ $\frac{1}{e^2} + 6$ ⑤ $e^2 - 12$

9. 좌표공간 위의 한 점 $P(0, 2, -1)$ 에서 두 평면 $x+2y-2z=3$, $2x-y+z=-6$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 내적 $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}|$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

10. 좌표평면위에 세 점 $A(3, 4), B(2, 1), C(5, 5)$ 이 있다. 행렬 $P = \begin{pmatrix} 2\cos\theta & -2\sin\theta \\ 2\sin\theta & 2\cos\theta \end{pmatrix}$ 가 나타내는 일차변환에 의해 점 A 가 이동된 점을 A' 라 하자. 삼각형 $A'BC$ 의 넓이의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② $\frac{35}{2}$ ③ $\frac{45}{2}$ ④ $\frac{55}{2}$ ⑤ $\frac{65}{2}$

11. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x} + 1}{1 - \sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x} + 1}{1 + \sin x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ e ④ $2e$ ⑤ $4e$

12. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$A + A^{-1} = E$, $B - B^{-1} = E$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

—<보 기>—

ㄱ. $A^2 + B^2 = A + B$

ㄴ. $A^2 + (A^{-1})^2 = B^2 + (B^{-1})^2$

ㄷ. $A^4 + A^2 = B^4 - 3B^2$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

13. 다음은 수열 a_n 이 $a_1 = 5, a_2 = 33$,

$a_{n+1} = 2^{2n+1}a_n - 2^{2n+1} + 1$ 를 만족시킬 때,
수열 a_n 의 일반항을 구하는 과정이다.

$$a_{n+1} - 1 = 2^{2n+1}(a_n - 1)$$

$b_n = a_n - 1$ 이라 하면

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \boxed{\text{(가)}}$$

2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = b_1 \left(\frac{b_2}{b_1} \times \frac{b_3}{b_2} \times \frac{b_4}{b_3} \times \dots \times \frac{b_n}{b_{n-1}} \right) \text{ 이므로}$$

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로, $a_n = \boxed{\text{(나)}} + 1$

위 과정에서 빈 칸 (가)에 들어갈 식을 $f(n)$, 빈 칸 (나)에 들어갈 식을 $g(n)$ 이라 할 때, $\frac{g(4)}{f(4)}$ 의 값은? [3점]

- ① 2^8 ② 2^9 ③ 2^{10} ④ 2^{11} ⑤ 2^{12}

14. 좌표공간위의 한 점 P 와 원점 O 에 대하여 $\overline{OP} = 3$ 이다.
점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 구가 구

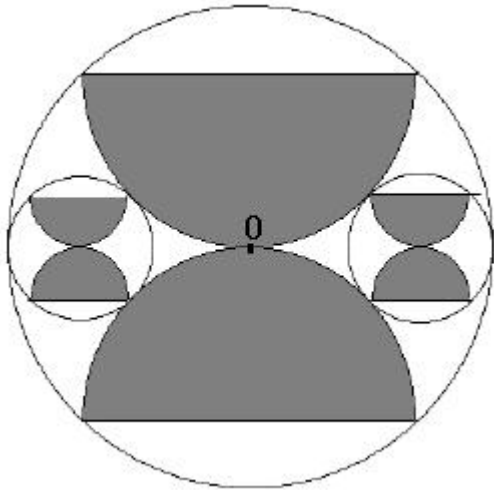
$(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ 와 접할 때, 점 P 가 그리는 도형을 L 이라 하자. 도형 L 위의 두 점 A, B 에 대하여 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최솟값은? [4점]

- ① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

6

수학 영역(B형)

15. 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심이 O 인 원의 내부에 동일한 반원 2개가 서로 접하고 있다. 두 반원의 꼭짓 점은 모두 원 O 위에 있다. 두 반원과 원 O 에 모두 접하는 서로 다른 원 2개를 그린 후 원의 내부에 위와 같은 방법으로 2개의 반원을 그린다. 이러한 방법으로 무수히 많은 원과 반원들을 그릴 때, 모든 반원들의 넓이의 합을 S 라 하자. $\frac{S}{\pi}$ 의 값은? [4점]

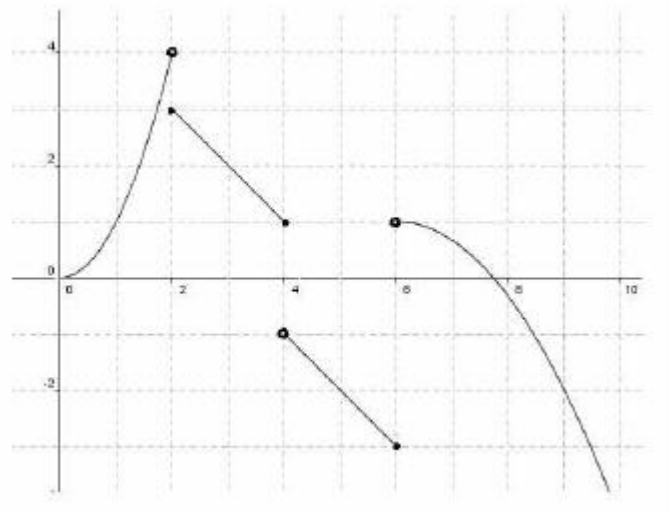


- ① $\frac{5\sqrt{2}+5}{7}$ ② $\frac{6\sqrt{2}+6}{7}$ ③ $\sqrt{2}+1$
 ④ $\frac{8\sqrt{2}+8}{7}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{2}+9}{7}$

16. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (0 \leq x < 2) \\ -x+5 & (2 \leq x \leq 4) \\ -x+3 & (4 < x \leq 6) \\ -\frac{1}{3}x^2+4x-11 & (6 < x) \end{cases}$$

의 그래프가 아래와 같다.



함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = x^2$ 에 대하여

$\sum_{k=0}^5 (\lim_{x \rightarrow k+1-0} (g \circ f)(x) - \lim_{x \rightarrow k+0} (g \circ f)(x))$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

17. 6개의 작업 A, B, C, D, E, F 의 처리 순서가 아래 표와 같다.

작업	먼저 처리되어야 할 작업
A, B	없음
C, D	A, B 중 최소 1개
E, F	C, D 중 최소 1개

6개의 작업의 처리 순서를 정하는 경우의 수는? [4점]

- ① 60 ② 120 ③ 180 ④ 240 ⑤ 300

18. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ 가 있다. 원점 O 와 $f(x)$ 위의 한 점 $A(a, f(a))$ 에 대하여 \overline{OA} 를 대각선으로 하는 직사각형의 넓이를 $g(a)$ 라 하자. $x \geq 0$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $g(0) = g(2) = g(3) = 0$) [4점]

<보 기>

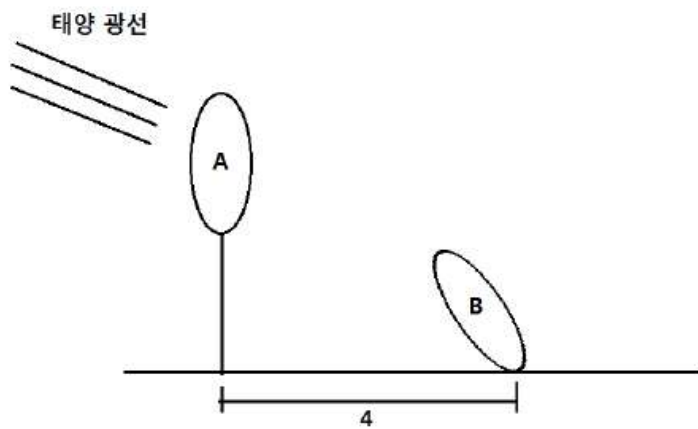
ㄱ. $g'(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 양수 k 의 값들의 합은 $\frac{15}{4}$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 는 $x > 0$ 에서 미분가능하다.

ㄷ. $\int_0^k f(x)dx = g(k)$ 를 만족시키는 양수 k 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 아래 그림과 같이 반지름이 1인 동일한 두 원판 A, B 가 있다. 원판 A 는 지면과 수직인 기둥에 의해 지면과 수직인 방향으로 공중에 있고, 원판 B 는 지면과 60° , 원판 A 와 30° 의 각도를 이루며 지면과 접하고 있다. 두 원판의 중심, 원판 A 를 받치고 있는 기둥이 지면과 만나는 점, 원판 B 가 지면과 접하고 있는 점은 모두 한 평면 위에 있다. 원판 A 를 받치고 있는 기둥이 지면과 만나는 점과 원판 B 가 지면과 접하는 점 사이의 거리는 4이다. 태양 광선이 지면과 30° , 원판 A 와 60° 의 각도로 두 원판을 비추고 있다. 두 원판으로 인해 지면 위에 나타나는 그림자의 전체 넓이가 최소가 될 때, 원판 A 의 중심과 지면 사이의 거리는? [4점]



- ① $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{6}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $\frac{13\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

20. 어느 과수원에서 생산되는 수박의 무게는 평균이 $8kg$, 표준편차가 $0.5kg$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 10,000개의 수박을 생산할 때, 무게가 $9kg$ 이상인 수박이 k 개 이상일 확률이 0.31일 때, 자연수 k 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

- ① 207 ② 210 ③ 213 ④ 216 ⑤ 219

21. 양수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + 3$ 위의 한 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 점 A , 함수 $f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 점 P 가 아닌 것을 점 B 라 하자. 함수 $f(x)$ 위의 점 B 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 점 C 라 할 때, 부등식 $\overline{BA} \geq \overline{BC}$ 를 만족시키는 양수 a 의 최댓값은? [4점]

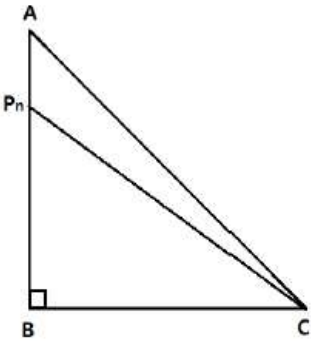
- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

단답형

22. x 에 대한 분수부등식 $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-a} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수인 해가 6개가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값들의 합을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 포물선 $y^2 = 8x - 16$ 위의 한 점 P 를 중심으로 하고 y 축에 접하는 원이 있다. 이 원과 x 축의 두 교점 사이의 거리가 12일 때, \overline{OP}^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [3점]

24. 오른쪽 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 1$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 변 \overline{AB} 를 $1:n$ 으로 내분하는 점을 P_n 이라 할 때, $\tan(\angle ACP_n) < \frac{1}{30}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [3점]

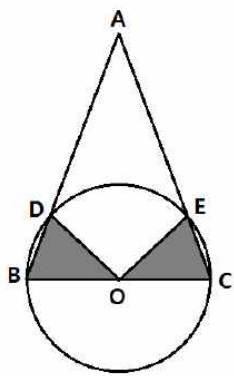


26. 수열 a_n 이 다음 조건들을 만족시킨다.

- 가. 수열 a_n 의 모든 항은 자연수이다.
- 나. 자연수 k 에 대하여 $\sum_{n=1}^{3k} a_n = 6k$, $\sum_{n=1}^{4k} a_n = 8k$ 이다.

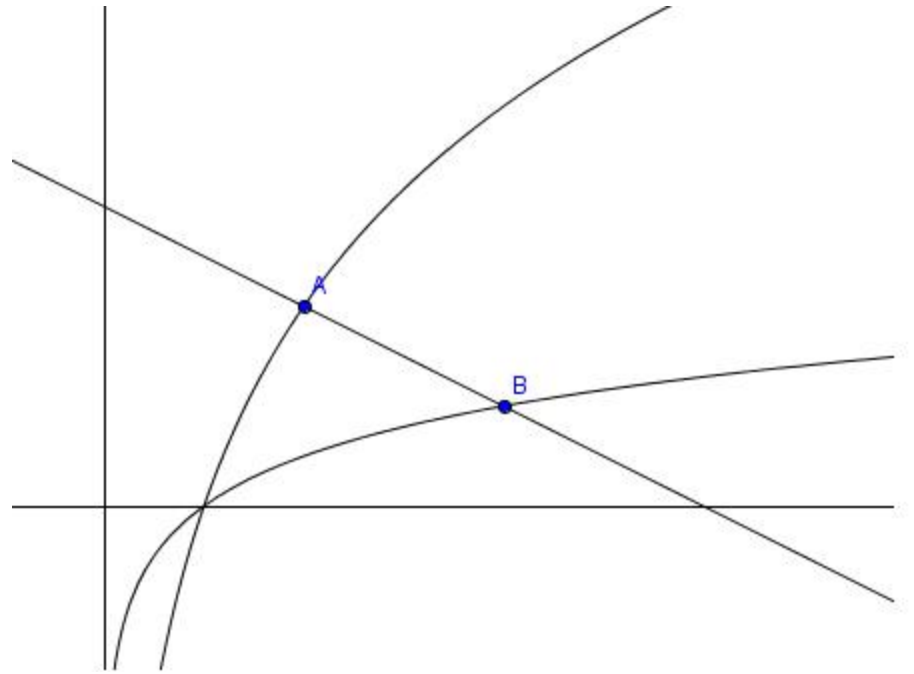
$\sum_{k=1}^4 a_{3k}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 1$ 인 이등변삼각형 ABC 에 대해 변 BC 를 지름으로 하고 중심이 점 O 인 원이 있다. 변 AB 와 원의 두 교점 중 점 B 가 아닌 점을 D 라 하고, 변 AC 와 원의 두 교점 중 점 C 가 아닌 점을 E 라 하자. $\angle BAC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ODB 와 삼각형 OEC 의 넓이의 합을 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오. (단, $\angle BAC \leq \frac{\pi}{4}$ 이다.) [3점]



27. 실수 a 에 대하여 좌표평면위의 원 $(x-a)^2+(y-3)^2=1$ 의 중심 O 에서 직선 $y=x$ 에 내린 수선의 발을 점 A , x 축에 내린 수선의 발을 점 B 라 하자. 원 위의 임의의 점 P 에 대하여 삼각형 PAO 와 삼각형 PBO 의 넓이의 합의 최댓값이 2일 때, a^2 의 값을 구하시오. (단 $a > 3$ 이다.) [4점]

28. 실수 k 에 대하여 직선 $y = -\frac{1}{2}x+k$ 의 그래프가 로그함수 $f(x) = 2\log_2 x$ 와 $g(x) = \log_4 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 점 A, B 의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값들의 합을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면위의 함수 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프와 직선 $y = 5$ 의 그래프로 둘러싸인 영역을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피를 $k\pi$ 라 하자. 실수 k 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면 위의 모든 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 자연수이고, 모든 변이 x 축 또는 y 축에 평행한 도형이 있다. 자연수 n 에 대하여 이 도형의 넓이가 n 일 때, 이 도형의 둘레의 최솟값을 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 4$, $a_2 = 6$, $a_3 = 8$, $a_4 = 8$ 이다. 100이하의 자연수 k 에 대하여 $a_{k+1} > a_k$ 를 만족시키는 모든 k 의 값들의 합을 구하시오. [4점]