제 2 교시

수학 영역(B 형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&1\\a&0\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+B$의 모든 성분의 합이 10일 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$4+(a+2)=10.$

2. $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{5}{x}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{e^5}$ ② $\frac{1}{e^3}$ ③ 1 ④ e^3 ⑤ e^5

3. 함수 $f(x)=\sin x-4x$에 대하여 $f'(0)$의 값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$f'(x)=\cos x-4.$

4. $\int_0^1 2e^{2x}dx$의 값은? [3점]

① e^2-1 ② e^2+1 ③ e^2+2
④ $2e^2-1$ ⑤ $2e^2+1$

$e^{2x}.$

$e^2-1.$

5. 서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=2$이고 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$일 때, 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{a}-t\vec{b}$가 서로 수직이 되도록 하는 실수 t의 값은? [3점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

$\vec{a}\cdot(\vec{a}-t\vec{b})=0$.

$|\vec{a}|^2-t\,\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

$4-2t=0$

6. 분수부등식

$$\frac{(x+2)(x^2+1)}{x-1}\le 0$$

을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

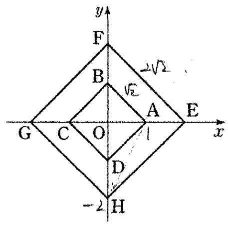
$\frac{x+2}{x-1}\le 0$.

$(x+2)(x-1)\le 0$. $x\ne 1$.

$-2\le x<1$.

$-2\ -1.\ 0$.

7. 그림과 같이 좌표평면에 모든 꼭짓점이 좌표축 위에 있고 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$인 정사각형 ABCD와 정사각형 EFGH가 있다. 두 일차변환 f, g를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix}k&0\\0&k\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}$이라 하자. 합성변환 $g\circ f$에 의하여 점 A가 점 H로 옮겨질 때, 상수 k의 값은? [3점]



① -2　　② $-\sqrt{2}$　　③ -1
④ $\sqrt{2}$　　⑤ 2

$k\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$.

$k\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$

$k=2$.

8. $0 \le x \le \pi$일 때, 삼각방정식

$$\sin x = \sin 2x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

$\sin x = 2\sin x \cos x$

$\sin x(2\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0$ or $\cos x = \frac{1}{2}$

$0, \pi$, $\frac{\pi}{3}$

9. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{2}{3}\mathrm{P}(A) = \frac{2}{5}\mathrm{P}(B) = k$$

일 때, $\frac{\mathrm{P}(A \cup B)}{\mathrm{P}(A \cap B)}$의 값은? (단, $\mathrm{P}(A \cap B) \ne 0$이다.) [3점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$p(A \cup B) = \frac{3}{2}k + \frac{5}{2}k - k$

$= 3k$

10. 도로용량이 C인 어느 도로구간의 교통량을 V, 통행시간을 t라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log\left(\frac{t}{t_0} - 1\right) = k + 4\log\frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단, t_0은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0의 $\frac{7}{2}$배이다. k의 값은? [3점]

① $-4\log 2$ ② $1-7\log 2$ ③ $-3\log 2$
④ $1-6\log 2$ ⑤ $1-5\log 2$

$V = 2C$, $t = \frac{7}{2}t_0$

$\log\frac{5}{2} = k + 4\log 2$

$= k + \log 16$

$\log\left(\frac{5}{2} \times \frac{1}{16}\right) = k$

$k = \log\frac{10}{64} = 1 - \log 2^6$

11. 자연수 n에 대하여 직선 $y=nx+(n+1)$이 꼭짓점의 좌표가 $(0,0)$이고 초점이 $(a_n, 0)$인 포물선에 접할 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값은? [3점]

① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

$y^2 = 4a_n x$

$= 4a_n \times \frac{y-n-1}{n}$

$ny^2 = 4a_n y - 4a_n(n+1)$

$ny^2 - 4a_n y + 4a_n(n+1) = 0$

$D/4 = 4a_n^2 - 4na_n(n+1) = 0$

$4a_n(a_n - n^2 - n) = 0$

$a_n = n^2 + n$

$\frac{5\times6\times11}{6} + \frac{5\times6}{2}$

$= 55 + 15 = 70$

12. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^{n} S_k \quad (n \geq 1) \cdots\cdots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식 (*)에 의하여
>
> $$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots\cdots ㉠$$
>
> 이다. (*)에서 ㉠을 빼서 정리하면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\boxed{(가)}}{n} \quad (n \geq 2)$$
>
> 이다. ㉠으로부터 $S_2 = 2$이고,
>
> $$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \cdots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n = n! \times \boxed{(나)} \quad (n \geq 3)$$
>
> 이다. 그러므로 a_n은
>
> $$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1, 2) \\ \frac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4) \times g(20)$의 값은? [3점]

① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

$\frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = S_n$

$\frac{S_{n+1}}{n+1} = S_n\left(\frac{1}{n}+1\right)$

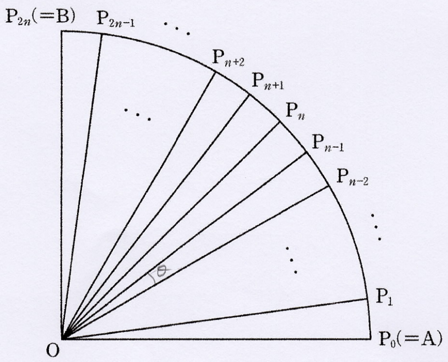
$\frac{S_{n+1}}{S_n} = (n+1) \times \frac{(n+1)}{n}$ (가) $= (n+1)^2$

$S_n = \frac{n^2}{n-1} \times \frac{(n-1)^2}{n-2} \times \cdots \times \frac{3^2}{2} \times 2$

$= \frac{n!}{2} \times n$ (나) $= \frac{n}{2}$

25×10

[13~14] 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 자연수 n에 대하여 호 AB를 $2n$등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $P_0(=A)$, P_1, P_2, $\cdots$, P_{2n-1}, $P_{2n}(=B)$라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 주어진 자연수 n에 대하여 $S_k\,(1 \le k \le n)$을 삼각형 $OP_{n-k}P_{n+k}$의 넓이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} S_k$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{13}{12\pi}$ ③ $\frac{7}{6\pi}$ ④ $\frac{5}{4\pi}$ ⑤ $\frac{4}{3\pi}$

$\theta = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2n}$

$S_k = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin\left(\frac{\pi}{4n} \times 2k\right)$

$= \frac{1}{2} \sin \frac{\pi k}{2n}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} \sin \frac{\pi k}{2n}$

$\frac{\pi k}{2n} \to x$

아래. 0 위 $\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2n} dx$

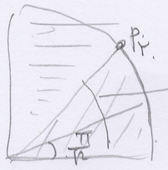
$\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin x \, dx$

$= \frac{1}{\pi}\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= -\frac{1}{\pi}(0-1) = \frac{1}{\pi}$

14. $n=3$일 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P라 하자. 부채꼴 OPA의 넓이와 부채꼴 OPB의 넓이의 차를 확률변수 X라 할 때, $E(X)$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$ ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$



$\to \frac{\pi}{12}Y$

$X = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \left| \frac{\pi}{12}Y - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}Y\right) \right|$

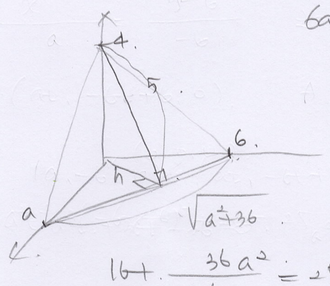
$= \frac{1}{2}\left|\frac{\pi}{6}Y - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{12}|Y-3|$

$E(X) = \frac{1}{5} \times \frac{\pi}{12}(2+1+0+1+2)$

$= \frac{1}{5} \times \frac{\pi}{2}$

15. 좌표공간에 두 점 $(a, 0, 0)$과 $(0, 6, 0)$을 지나는 직선 l이 있다. 점 $(0, 0, 4)$와 직선 l 사이의 거리가 5일 때, a^2의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



$6a = \sqrt{a^2+36} \cdot h$

$16 + \dfrac{36a^2}{a^2+36} = 25$

$16a^2 + 16 \cdot 36 + 36a^2 = 25a^2 + 25 \cdot 36$

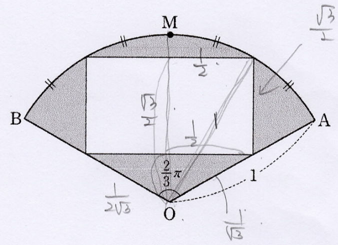
$27a^2 = 25 \cdot 36 - 16 \cdot 36 = 9 \cdot 36$

$a^2 = \dfrac{36}{3} = 12$

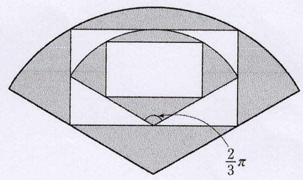
16. 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 그림과 같이 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 호 AM과 호 MB를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은? [4점]

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2\sqrt{3}} = \dfrac{3-1}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\dfrac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ ② $\dfrac{\pi - \sqrt{2}}{3}$ ③ $\dfrac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
④ $\dfrac{\pi - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

부채꼴 닮음비 $1 : \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $S_1 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{3}\pi - \dfrac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1$

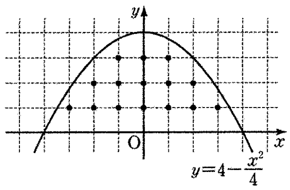
넓이 $1 : \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \dfrac{1}{3}} = \dfrac{\pi - \sqrt{3}}{2}$

17. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 y좌표가 같을 때, 이 두 점의 y좌표가 2일 확률은? [4점]

> (가) a, b는 정수이다.
> (나) $0 < b < 4 - \frac{a^2}{4}$

① $\frac{4}{17}$ ② $\frac{5}{17}$ ③ $\frac{6}{17}$ ④ $\frac{7}{17}$ ⑤ $\frac{8}{17}$



$\frac{{}_5C_2}{{}_7C_2+{}_5C_2+{}_3C_2}$

$= \frac{10}{21+10+3} = \frac{10}{34}$

18. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+A+B=2E, \quad A^3+E=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

> <보 기>
> ㄱ. $A+E$의 역행렬이 존재한다.
> ㄴ. $AB=BA$
> ㄷ. $A+B=-E$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$AB+A+B+E=3E$
$(A+E)(B+E)=3E$

$(A+E)(A^2-A+E)=O$
$A^2-A+E=O$
$A^2=A-E$

$A^2B+A^2+AB=2A$
$(A-E)B+(A-E)+(2E-A-B)=2A$
$\cancel{AB}-B+\cancel{A}-E+2E-\cancel{A}-\cancel{B}=2A$
$2E-A-B-2B+E=2A$
$3A+3B=3E$

19. 어느 학교 3학년 학생의 A 과목 시험 점수는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따르고, B 과목 시험 점수는 평균이 $m+3$, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 3학년 학생 중에서 A 과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 9%이고, B 과목 시험 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 15%일 때, $m+\sigma$의 값은?
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.04)=0.35$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.34)=0.41$로 계산한다.) [4점]

① 68.6 ② 70.6 ③ 72.6 ④ 74.6 ⑤ 76.6

A B

$N(m, \sigma^2)$ $N(m+3, \sigma^2)$

$P(X \ge 80) = P\left(Z \ge \frac{80-m}{\sigma}\right) = 0.09$

$\frac{80-m}{\sigma} = 1.34$

$P(Y \ge 80) = P\left(Z \ge \frac{80-m-3}{\sigma}\right) = 0.15$

$\frac{77-m}{\sigma} = 1.04$

$80-m = 1.34\sigma$

$77-m = 1.04\sigma$

$3 = 0.3\sigma$

$\sigma = 10$ $80-m = 13.4$

$m = 66.6$

20. 3 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = x^n e^{-x} = \frac{x^n}{e^x}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f\left(\frac{n}{2}\right) = f'\left(\frac{n}{2}\right)$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=n$에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. 점 $(0, 0)$은 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$f'(x) = \frac{nx^{n-1}e^x - x^n e^x}{e^{2x}} = \frac{nx^{n-1} - x^n}{e^x} = \frac{x^{n-1}(n-x)}{e^x}$

$f'\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n\cdot\left(\frac{n}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{n}{2}\right)^n}{e^{\frac{n}{2}}}$

$= \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{n-1}\left(n-\frac{n}{2}\right)}{e^{\frac{n}{2}}} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^n}{e^{\frac{n}{2}}}$

$e^x y' = nx^{n-1} - x^n$

$e^x y' + e^x y'' = n(n-1)x^{n-2} - nx^{n-1}$

$= nx^{n-2}(n-1-x)$

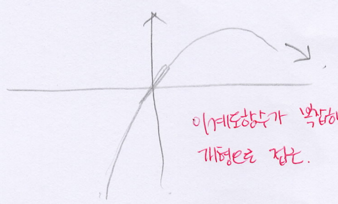
$y' + y'' = \frac{nx^{n-2}(n-1-x)}{e^x}$

$y'' = \frac{x^{n-2}(n^2-n-nx-nx+x^2)}{e^x}$

$= \frac{x^{n-2}\{x^2-2nx+n(n-1)\}}{e^x}$

n홀수

$\frac{x^n}{e^x}$



이계도함수가 복잡해서 개형으로 접근.

21. 양수 t에 대하여 $\log t$의 지표와 가수를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하자. 자연수 n에 대하여

$$f(t)=9n\left\{g(t)-\frac{1}{3}\right\}^2-n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 $f(t)$의 합을 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2}$의 값은? [4점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$0 \le g(t) < 1.$

$-\frac{1}{3} \le g(t)-\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$

$0 \le \{g(t)-\frac{1}{3}\}^2 < \frac{4}{9}$

$0 \le 9n\{\quad\} < 4n.$

$-n \le 9n\{\quad\}-n < 3n.$

$f(t)=-n, \ \dots, \ 3n-1.$

$a_n = \frac{(3n-1+(-n))(2n-1)}{2}$

$= \frac{(4n)\cdot(2n-1)}{2}$

$= 2n(2n-1).$

단답형

22. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_2+a_4=55$일 때, a_3의 값을 구하시오. [3점]

20

$a+2a+8a=55$

$a=5$

23. 로그방정식 $\log_8 x-\log_8(x-7)=\frac{1}{3}$의 해를 구하시오. [3점]

$x>7.$ 14.

$\log_{2^3} x = \log_{2^3}(x-7)+\frac{1}{3}$

$\log_2 x = \log_2 2(x-7).$

$x=14.$

24. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{a}=\frac{z+5}{4}$ 에 수직이고 점 $(1, 1, -2)$를 지나는 평면의 방정식을 $2x+5y+bz+c=0$ 이라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [3점]

10

$2(x-1)+a(y-1)+4(z+2)=0$

$2x+ay+4z-a+6=0$

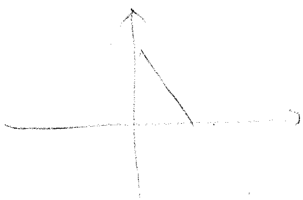
$a=5,\ b=4,\ c=1$

$c^2=a^2-1$

25. 1보다 큰 실수 a에 대하여 타원 $x^2+\frac{y^2}{a^2}=1$의 두 초점과 쌍곡선 $x^2-y^2=1$의 두 초점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 12일 때, a^2의 값을 구하시오. [3점]

19

$c^2=2$



$\frac{1}{2}\times\sqrt{a^2-1}\times\sqrt{2}\times\cancel{4}=\cancel{12}\,6$

$2a^2-2=36$

$a^2=19$

26. 자연수 n에 대하여 $abc=2^n$을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수가 28일 때, n의 값을 구하시오. [4점]

9

$a=2^x,\ b=2^y,\ c=2^z$

x, y, z는 자연수.

$x+y+z=n$

${}_3H_{n-3}=28$

${}_{n-1}C_{n-3}=28$

${}_{n-1}C_2=28$

$\frac{(n-1)(n-2)}{2}=28$

$(n-1)(n-2)=8\cdot7$

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 0)$을 지날 때, 무리방정식

$$f(\sqrt{x+1}-x)=f(1)$$

의 모든 실근의 합을 구하시오. [4점] 7.

$f(x) = (x+4)x = x^2+4x$

$(\sqrt{x+1}-x)^2+4(\sqrt{x+1}-x)=5$

$t^2+4t-5=0$

$(t+5)(t-1)=0$

$t=-5$ or $t=1$

$\sqrt{x+1}-x=-5$

$\sqrt{x+1}=x-5$

$x+1=x^2-10x+25$

$x^2-11x+24=0$

$(x-3)(x-8)=0$

$x=\cancel{3}, 8$

$\sqrt{x+1}=x+1$

$x+1=x^2+2x+1$

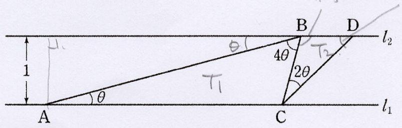
$x=0, -1$

28. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1과 l_2 사이의 거리가 1이다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB와 직선 l_1이 이루는 각의 크기가 θ가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C를 $\angle ABC=4\theta$가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D를 $\angle BCD=2\theta$이고 선분 CD가 선분 AB와 만나지 않도록 잡는다.
삼각형 ABC의 넓이를 T_1, 삼각형 BCD의 넓이를 T_2라 할 때, 6.

$\lim_{\theta \to +0} \frac{T_1}{T_2}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{10}$) [4점]

$\pi-5\theta$

$\pi-(\pi+\theta)-2\theta = 3\theta$



$\overline{AB}\sin\theta=1$

$\overline{AB}=\frac{1}{\sin\theta}$

$$\frac{\frac{1}{\sin\theta}}{\sin(\pi-5\theta)}=\frac{\overline{BC}}{\sin\theta}=\frac{\overline{AC}}{\sin4\theta}$$

$\overline{BC}=\frac{1}{\sin5\theta}$, $\overline{AC}=\frac{\sin4\theta}{\sin\theta\sin5\theta}$

$$\frac{\overline{BC}}{\sin3\theta}=\frac{\overline{BD}}{\sin2\theta}$$

$$\overline{BD}=\frac{\sin2\theta}{\sin3\theta}\cdot\frac{1}{\sin5\theta}$$

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{\frac{1}{2}\times\frac{\sin4\theta}{\sin\theta\sin5\theta}\times1}{\frac{1}{2}\times\frac{\sin2\theta}{\sin3\theta}\cdot\frac{1}{\sin5\theta}\times1}=\frac{4}{\frac{2}{3}}$$

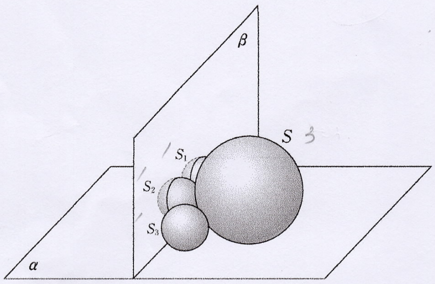
$=6$

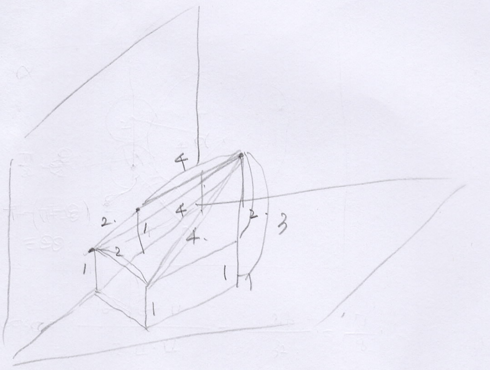
29. 그림과 같이 평면 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S, S_1, S_2, S_3이 다음 조건을 만족시킨다.

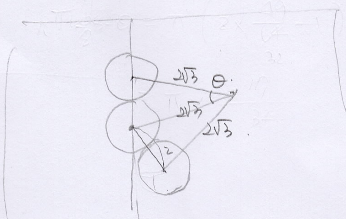
> (가) S의 반지름의 길이는 3이고, S_1, S_2, S_3의 반지름의 길이는 1이다.
> (나) S_1, S_2, S_3은 모두 S에 접한다.
> (다) S_1은 S_2와 접하고, S_2는 S_3과 접한다.

S_1, S_2, S_3의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3이라 하자. 두 점 O_1, O_2를 지나고 평면 α에 수직인 평면을 β, 두 점 O_2, O_3을 지나고 평면 α에 수직인 평면이 S_3과 만나서 생기는 단면을 D라 하자. 단면 D의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

11







$\cos\theta = \frac{12+12-4}{2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

$\pi\cos\theta = \frac{5}{6}\pi$

30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.
> (나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점
> $(0,\,0)$, $(t,\,f(t))$, $(t+1,\,f(t+1))$
> 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$이다.
> (다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}dx=\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

127.

0 t t+1 0
0 f(t) f(t+1) 0

$\frac{1}{2}\left|f(t)(t+1) - tf(t+1)\right| = \frac{t+1}{t}$

$\frac{f(t)}{t} - \frac{f(t+1)}{t+1} = \frac{2}{t^2}$

$\int_a^b \frac{f(t)}{t} - \int_a^b \frac{f(t+1)}{t+1} = \int_a^b \frac{2}{t^2}$

$\int_a^b \frac{f(t)}{t} - \int_{a+1}^{b+1} \frac{f(x)}{x} = 2\left[-\frac{1}{t}\right]_a^b = 2\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

$\int_1^2 - \int_2^3 = 2\left(1-\frac{1}{2}\right)$

$\int_2^3 - \int_3^4 = 2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

$\int_3^4 - \int_4^5 = 2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

$\int_4^5 - \int_5^6 = 2\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$

$2-\int_3^4 = 2\left(1-\frac{1}{3}\right)$

$\int_3^4 = \frac{2}{3}$

$2-\int_4^5 = 2\left(1-\frac{1}{4}\right)$

$\int_4^5 = \frac{2}{4}$

$2-\int_5^6 = 2\left(1-\frac{1}{5}\right)$

$\int_5^6 = \frac{2}{5}$

$\therefore \int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} = \int_{\frac{7}{2}}^{\frac{9}{2}} + \int_{\frac{9}{2}}^{\frac{11}{2}} = \frac{2}{\frac{7}{2}} + \frac{2}{\frac{9}{2}} = \frac{4}{7}+\frac{4}{9} = \frac{4\times16}{63}$

$= \frac{64}{63}$

↓

127.

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.